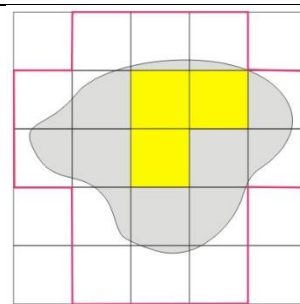


PLANIMETRIA CZYLI GEOMETRIA PŁASZCZYZNY CZ. 2

POLE FIGURY GEOMETRYCZNEJ

Pole powierzchni figury płaskiej jest to miara, przyporządkowująca danej figurze pewną nieujemną liczbę charakteryzującą jej wielkość. Aby obliczyć pole danej figury obieramy kwadrat o boku 1, zwany kwadratem jednostkowym. Pole jest równe liczbie kwadratów jednostkowych i części kwadratów jednostkowych pokrywających całkowicie daną figurę.



POLE TRÓJKĄTA

Pole trójkąta jest połową iloczynu długości boku i długości poprowadzonej na niego wysokości:

$$P_{\Delta} = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c$$

Pole trójkąta równobocznego zależy tylko od boku i wyraża się wzorem:

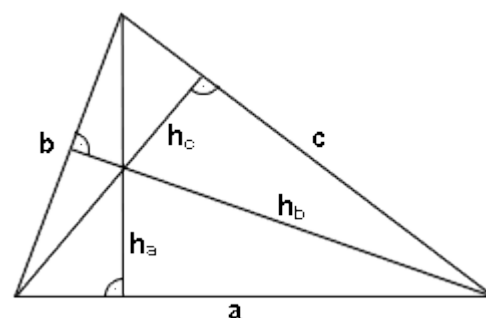
$$P_{\Delta} = \frac{1}{4} a^2 \cdot \sqrt{3}$$

Jeżeli mamy dane dwa boki a, b trójkąta oraz kąt α między nimi, wówczas pole trójkąta liczymy ze wzoru:

$$P_{\Delta} = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

Ponadto istnieje wzór, który pozwala obliczyć pole dowolnego trójkąta mając dane długości boków a, b, c . Jest to tak zwany wzór Herona:

$$P_{\Delta} = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}, \quad (p = \frac{a+b+c}{2})$$



Można też obliczyć pole trójkąta mając długości jego boków a, b, c i promień r okręgu wpisanego w trójkąt.

$$P_{\Delta} = p \cdot r, \quad (p = \frac{a+b+c}{2})$$

A także mając długości jego boków a, b, c i promień R okręgu opisanego na trójkącie.

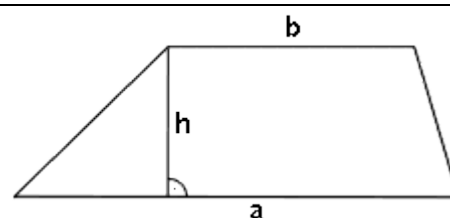
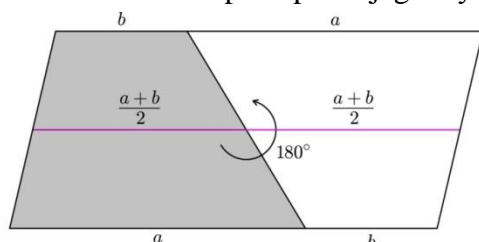
$$P_{\Delta} = \frac{abc}{4R}, \quad (p = \frac{a+b+c}{2})$$

POLE TRAPEZU

Pole trapezu jest połową iloczynu sumy podstaw i wysokości:

$$P = \frac{1}{2} (a + b) \cdot h$$

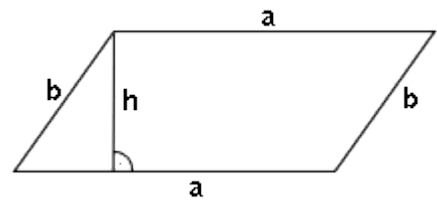
Inaczej: pole obliczamy mnożąc długość odcinka łączącego środki ramion trapezu przez jego wysokość. Dowód poniżej:



POLE RÓWNOLEGŁOBOKU

Pole równoległoboku (dotyczy to także rombu, prostokąta i kwadratu) jest równe iloczynowi długości dowolnego boku i poprowadzonej na niego wysokości:

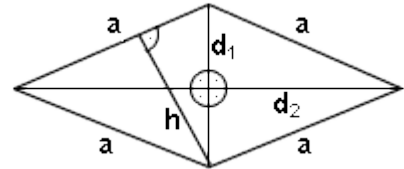
$$P = a \cdot h$$



POLE ROMBU

Pole rombu jest połową iloczynu jego przekątnych:

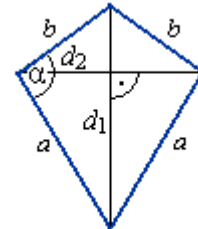
$$P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$



POLE DELTOIDU

Pole deltoidu również jest połową iloczynu jego przekątnych:

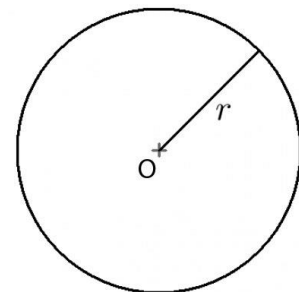
$$P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$



POLE KOŁA

Pole koła:

$$P = \pi \cdot r^2$$



POLE WYCINKA KOŁA

Pole wycinka koła:

$$P = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$$

