

# Funkcje i ich własności

1. Wyraż:

- (a) pole  $S$  trójkąta równobocznego jako funkcję jego wysokości  $h$
- (b) pole  $S$  sześciokąta foremnego jako funkcję jego obwodu  $p$
- (c) objętość  $V$  sześcianu jako funkcję jego przekątnej  $d$
- (d) objętość  $V$  kuli jako funkcję jej pola powierzchni  $S$ .

2. Dana jest funkcja  $f(x) = 2x + 1, x \in \mathbb{N}$  (dziedziną funkcji jest zbiór liczb naturalnych). Wyznacz  $f(1), f(5), f(11), f(13), f(25), f(100)$ .

3. Dana jest funkcja określona wzorem:

- (a)  $f(x) = 2x + 1$ ; oblicz  $f(0), f(-\frac{1}{2}), f(\frac{1}{2}), f(\frac{3}{2}), f(4)$
- (b)  $g(x) = \frac{x^2-3}{x-1}$ ; oblicz  $g(-1), g(3), g(-3), g(\sqrt{3}), g(\frac{1}{2}), g(\frac{1}{\sqrt{2}})$
- (c)  $h(x) = x^2 - 2x + 1$ ; oblicz  $h(-1), h(1), h(0), h(-\frac{2}{3}), h(15)$

4. Podaj przykład dowolnej funkcji z zbioru  $A$  w zbiór  $B$ , jeżeli:

- (a)  $A = \mathbb{R}; B = \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$
- (b)  $A = \mathbb{R}; B = \mathbb{R}_- \cup \{0\}$
- (c)  $A = \mathbb{Z}; B$ -zbiór liczb parzystych
- (d)  $A = \mathbb{N}; B$ -zbiór liczb całkowitych ujemnych

5. Która z określonych funkcji odwzorowuje wzajemnie jednoznacznie zbiór  $X$  na zbiór  $Y$ ?

- (a)  $y = \sqrt{x}; X = \mathbb{R}_+ Y = \mathbb{R}$
- (b)  $y = -\sqrt{x}; X = \mathbb{R}_+ Y = \mathbb{R}_-$
- (c)  $y = 2^x; X = \mathbb{N} Y = \mathbb{N}$
- (d)  $y = x + 2 X = \mathbb{Z} Y = \mathbb{Z}$

6. Dana jest funkcja  $f(x) = |x|$ . Jaki jest zbiór wartości tej funkcji, jeśli jej dziedziną jest:

- (a)  $\mathbb{Q}$
- (b)  $\mathbb{R}_+ \cup \{0\}$
- (c)  $\mathbb{Z} \setminus \{0\}$
- (d)  $\langle -1; 1 \rangle$

7. Wyznacz dziedzinę funkcji określonej podanym wzorem:

- (a)  $f(x) = \sqrt{2x-1}$
- (b)  $f(x) = \sqrt{2x-5} + \sqrt{3x-7}$
- (c)  $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-4}$
- (d)  $f(x) = \frac{x^2}{x^2-x-30}$

- (e)  $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$
- (f)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}$
- (g)  $f(x) = \sqrt{\frac{1-x^2}{x^2+x+5}}$
- (h)  $f(x) = \sqrt{|x| - 1}$

8. Wyznacz zbiór wartości funkcji określonej podanym wzorem (przy podanej obok dziedzinie):

- (a)  $f(x) = x + 3; \quad x \in \langle -3; +\infty \rangle$
- (b)  $f(x) = 2^x; \quad x \in \mathbb{N}$
- (c)  $f(x) = x + 1; \quad x \in \mathbb{N}$
- (d)  $f(x) = x - 1; \quad x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$
- (e)  $f(x) = \frac{1}{x}; \quad x \in \mathbb{R}_+$
- (f)  $f(x) = x^2 + 1; \quad x \in \mathbb{R}$
- (g)  $f(x) = 1 - x^2; \quad x \in \mathbb{R}$
- (h)  $f(x) = \frac{1}{x^2}; \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

9. Napisz wzór funkcji, której wykres otrzymano z wykresu danych funkcji przez symetrię względem osi  $OX$ .

- (a)  $f(x) = 2x^2 + x - 3$
- (b)  $f(x) = 2^{x-1}$
- (c)  $f(x) = \frac{x^2-x+1}{x^3+x+1}$

10. Napisz wzór funkcji, której wykres otrzymano z wykresu danych funkcji przez symetrię względem osi  $OY$ :

- (a)  $f(x) = 2x + 3$
- (b)  $f(x) = x^2 + 2x - 6$
- (c)  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$

11. Napisz wzór funkcji, której wykres otrzymano z wykresu danych funkcji przez przesunięcie o dany wektor  $\vec{u}$ .

- (a)  $f(x) = 3x - 2, \quad \vec{u} = [-1, 1]$
- (b)  $f(x) = 2x^2 + 6x - 1, \quad \vec{u} = [3, -2]$
- (c)  $f(x) = 2^{\frac{1}{x}}, \quad \vec{u} = [-\sqrt{2}, \sqrt{3}]$