

Funkcje i ich własności

1. Wyraż:

- (a) pole S trójkąta równobocznego jako funkcję jego wysokości h
- (b) pole S sześciokąta foremnego jako funkcję jego obwodu p
- (c) objętość V sześcianu jako funkcję jego przekątnej d
- (d) objętość V kuli jako funkcję jej pola powierzchni S .

2. Dana jest funkcja $f(x) = 2x + 1, x \in \mathbb{N}$ (dziedziną funkcji jest zbiór liczb naturalnych). Wyznacz $f(1), f(5), f(11), f(13), f(25), f(100)$.

3. Dana jest funkcja określona wzorem:

- (a) $f(x) = 2x + 1$; oblicz $f(0), f(-\frac{1}{2}), f(\frac{1}{2}), f(\frac{3}{2}), f(4)$
- (b) $g(x) = \frac{x^2-3}{x-1}$; oblicz $g(-1), g(3), g(-3), g(\sqrt{3}), g(\frac{1}{2}), g(\frac{1}{\sqrt{2}})$
- (c) $h(x) = x^2 - 2x + 1$; oblicz $h(-1), h(1), h(0), h(-\frac{2}{3}), h(15)$

4. Podaj przykład dowolnej funkcji z zbioru A w zbiór B , jeżeli:

- (a) $A = \mathbb{R}; B = \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$
- (b) $A = \mathbb{R}; B = \mathbb{R}_- \cup \{0\}$
- (c) $A = \mathbb{Z}; B$ -zbiór liczb parzystych
- (d) $A = \mathbb{N}; B$ -zbiór liczb całkowitych ujemnych

5. Która z określonych funkcji odwzorowuje wzajemnie jednoznacznie zbiór X na zbiór Y ?

- (a) $y = \sqrt{x}; X = \mathbb{R}_+ Y = \mathbb{R}$
- (b) $y = -\sqrt{x}; X = \mathbb{R}_+ Y = \mathbb{R}_-$
- (c) $y = 2^x; X = \mathbb{N} Y = \mathbb{N}$
- (d) $y = x + 2 X = \mathbb{Z} Y = \mathbb{Z}$

6. Dana jest funkcja $f(x) = |x|$. Jaki jest zbiór wartości tej funkcji, jeśli jej dziedziną jest:

- (a) \mathbb{Q}
- (b) $\mathbb{R}_+ \cup \{0\}$
- (c) $\mathbb{Z} \setminus \{0\}$
- (d) $\langle -1; 1 \rangle$

7. Wyznacz dziedzinę funkcji określonej podanym wzorem:

- (a) $f(x) = \sqrt{2x-1}$
- (b) $f(x) = \sqrt{2x-5} + \sqrt{3x-7}$
- (c) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-4}$
- (d) $f(x) = \frac{x^2}{x^2-x-30}$

(e) $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$

(f) $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}$

(g) $f(x) = \sqrt{\frac{1-x^2}{x^2+x+5}}$

(h) $f(x) = \sqrt{|x| - 1}$

8. Wyznacz zbiór wartości funkcji określonej podanym wzorem (przy podanej obok dziedzinie):

(a) $f(x) = x + 3; \quad x \in \langle -3; +\infty \rangle$

(b) $f(x) = 2^x; \quad x \in \mathbb{N}$

(c) $f(x) = x + 1; \quad x \in \mathbb{N}$

(d) $f(x) = x - 1; \quad x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$

(e) $f(x) = \frac{1}{x}; \quad x \in \mathbb{R}_+$

(f) $f(x) = x^2 + 1; \quad x \in \mathbb{R}$

(g) $f(x) = 1 - x^2; \quad x \in \mathbb{R}$

(h) $f(x) = \frac{1}{x^2}; \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

9. Napisz wzór funkcji, której wykres otrzymano z wykresu funkcji $f(x) = 2x^2 + x - 3$ przez symetrię względem osi OX .

10. Napisz wzór funkcji, której wykres otrzymano z wykresu danej funkcji przez symetrię względem osi OY :

(a) $f(x) = 2x + 3$

(b) $f(x) = x^2 + 2x - 6$

(c) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$