

Planimetria – podstawy

1. Dane są 4 różne punkty należące do jednej płaszczyzny. Przez każde dwa punkty prowadzimy prostą. Ile prostych można otrzymać w ten sposób. Rozwiąż zadanie dla 5 i 6 punktów.
2. W ilu punktach mogą się przecinać:
 - (a) 3 różne proste
 - (b) 4 różne proste
 - (c) n różnych prostych
3. Wyznacz kąty między przecinającymi się prostymi jeśli jeden jest 8 razy większy od drugiego.
4. Mając do dyspozycji papier w kratkę i długopis zaznacz:
 - (a) 3 punkty, które są wierzchołkami trójkąta prostokątnego równoramiennego
 - (b) 4 punkty, które są wierzchołkami rombu nie będącego kwadratem
 - (c) 4 punkty, które są wierzchołkami równoległoboku
 - (d) 4 punkty, które są wierzchołkami trapezu równoramiennego
5. Jeden z kątów trójkąta ma 25° , a różnica dwóch pozostałych wynosi 15° . Wyznacz te kąty.
6. W trójkącie połączono środki dwóch boków
 - (a) Ile razy mniejszy jest obwód małego trójkąta od obwodu dużego trójkąta?
 - (b) Ile razy mniejsze jest pole małego trójkąta od dużego trójkąta?
7. Za pomocą 4 cięciw podziel koło na:
 - (a) 5 części
 - (b) 8 części
 - (c) 11 części
8. Oblicz odległość cięciwy o długości 6 od środka okręgu o promieniu 5.
9. Suma dwóch kątów trójkąta jest równa trzeciemu kątowi. Udowodnij, że jest to trójkąt prostokątny.
10. Czy można zbudować trójkąt o bokach wynoszących:
 - (a) $2 - \sqrt{2}, 5, 2 + \sqrt{2}$
 - (b) 1, 2, 3
 - (c) 4, 5, 6
 - (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{5}}$
11. Dla jakich wartości x liczby: $10 - 2x, 3x + 6, 4x - 2$ mogą być długościami boków trójkąta?
12. Oblicz długość boku trójkąta równobocznego, którego wysokość wynosi:
 - (a) $2\sqrt{3}$

(b) $3\sqrt{6}$

(c) 15

(d) 2

13. W trójkącie równoramiennym kąt przy podstawie wynosi α . Wykaż, że symetralne ramion tego trójkąta tworzą kąt 2α .
14. Wykaż, że w trójkącie ABC , kąt pomiędzy wysokością opuszczoną z wierzchołka A i dwusieczną $\sphericalangle A$ równa się połowie różnicy kątów: $\sphericalangle B$ i $\sphericalangle C$.
15. W prostokącie $ABCD$, punkt E jest środkiem boku \overline{BC} . Odcinek DE przecina przekątną prostokąta w punkcie F . Wykaż, że $|\overline{AF}| = 2|\overline{FC}|$.
16. W trójkącie równobocznym ABC , wysokości \overline{AE} i \overline{CD} przecinają się w punkcie O . Wykaż, że trójkąt ODE jest podobny do ADE . Oblicz skalę podobieństwa tych trójkątów.
17. Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości a i b . W trójkąt wpisano kwadrat, w ten sposób, że dwa boki kwadratu leżą na przyprostokątnych, zaś jeden z wierzchołków na przeciwprostokątnej. Wykaż, że długość boku kwadratu wynosi: $\frac{ab}{a+b}$.
18. W kole poprowadzono dwie średnice \overline{AB} i \overline{CD} . Wykaż, że czworokąt $ABCD$ jest prostokątem.
19. W okręgu poprowadzimy średnicę \overline{AB} i równoległą do niej cięciwę \overline{CD} . Wykaż, że różnica miar: $|\sphericalangle ACD| - |\sphericalangle CDA| = 90^\circ$.
20. Dwa okręgi przecinają się w punktach P i Q . Poprowadzono średnicę \overline{PA} w pierwszym okręgu i średnicę \overline{PB} w drugim okręgu. Wykaż, że punkty A, Q, B są współliniowe (leżą na 1 prostej).