

# Planimetria – Klasa 1

1. Dane są 4 różne punkty należące do jednej płaszczyzny. Przez każde dwa punkty prowadzimy prostą. Ile prostych można otrzymać w ten sposób. Rozwiąż zadanie dla 5 i 6 punktów.
2. W ilu punktach mogą się przecinać:
  - (a) 3 różne proste
  - (b) 4 różne proste
  - (c)  $n$  różnych prostych
3. Wyznacz kąty między przecinającymi się prostymi jeśli jeden jest 8 razy większy od drugiego.
4. Mając do dyspozycji papier w kratkę i długopis zaznacz:
  - (a) 3 punkty, które są wierzchołkami trójkąta prostokątnego równoramiennego
  - (b) 4 punkty, które są wierzchołkami rombu nie będącego kwadratem
  - (c) 4 punkty, które są wierzchołkami równoległoboku
  - (d) 4 punkty, które są wierzchołkami trapezu równoramiennego
5. Jeden z kątów trójkąta ma  $25^{\circ}$ , a różnica dwóch pozostałych wynosi  $15^{\circ}$ . Wyznacz te kąty.
6. W trójkącie połączono środki dwóch boków
  - (a) Ile razy mniejszy jest obwód małego trójkąta od obwodu dużego trójkąta?
  - (b) Ile razy mniejsze jest pole małego trójkąta od dużego trójkąta?
7. Za pomocą 4 cięciw podziel koło na:
  - (a) 5 części
  - (b) 8 części
  - (c) 11 części
8. Oblicz odległość cięciwy o długości 6 od środka okręgu o promieniu 5.
9. Suma dwóch kątów trójkąta jest równa trzeciemu kątowi. Udowodnij, że jest to trójkąt prostokątny.
10. Czy można zbudować trójkąt o bokach wynoszących:
  - (a)  $2 - \sqrt{2}, 5, 2 + \sqrt{2}$
  - (b) 1, 2, 3
  - (c) 4, 5, 6
  - (d)  $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{5}}$
11. Dla jakich wartości  $x$  liczby:  $10 - 2x, 3x + 6, 4x - 2$  mogą być długościami boków trójkąta?

12. Oblicz długość boku trójkąta równobocznego, którego wysokość wynosi:
- $2\sqrt{3}$
  - $3\sqrt{6}$
  - 15
  - 2
13. W trójkącie równoramiennym kąt przy podstawie wynosi  $\alpha$ . Wykaż, że symetralne ramion tego trójkąta tworzą kąt  $2\alpha$ .
14. Wykaż, że w trójkącie  $ABC$ , kąt pomiędzy wysokością opuszczoną z wierzchołka  $A$  i dwusieczną  $\sphericalangle A$  równa się połowie różnicy kątów:  $\sphericalangle B$  i  $\sphericalangle C$ .
15. W prostokącie  $ABCD$ , punkt  $E$  jest środkiem boku  $\overline{BC}$ . Odcinek  $DE$  przecina przekątną prostokąta w punkcie  $F$ . Wykaż, że  $|\overline{AF}| = 2|\overline{FC}|$ .
16. W trójkącie równobocznym  $ABC$ , wysokości  $\overline{AE}$  i  $\overline{CD}$  przecinają się w punkcie  $O$ . Wykaż, że trójkąt  $ODE$  jest podobny do  $ADE$ . Oblicz skalę podobieństwa tych trójkątów.
17. Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości  $a$  i  $b$ . W trójkąt wpisano kwadrat, w ten sposób, że dwa boki kwadratu leżą na przyprostokątnych, zaś jeden z wierzchołków na przeciwprostokątnej. Wykaż, że długość boku kwadratu wynosi:  $\frac{ab}{a+b}$ .
18. W kole poprowadzono dwie średnice  $\overline{AB}$  i  $\overline{CD}$ . Wykaż, że czworokąt  $ABCD$  jest prostokątem.
19. W okręgu poprowadzimy średnicę  $\overline{AB}$  i równoległą do niej cięciwę  $\overline{CD}$ . Wykaż, że różnica miar:  $|\sphericalangle ACD| - |\sphericalangle CDA| = 90^\circ$ .
20. Dwa okręgi przecinają się w punktach  $P$  i  $Q$ . Poprowadzono średnicę  $\overline{PA}$  w pierwszym okręgu i średnicę  $\overline{PB}$  w drugim okręgu. Wykaż, że punkty  $A, Q, B$  są współliniowe (leżą na 1 prostej).