

# Trygonometria

- Wyznacz funkcje trygonometryczne kąta  $\alpha$  leżącego przy dłuższej przyprostokątnej, jeżeli boki trójkąta prostokątnego mają długości:
  - 7, 24, 25
  - 1, 1,  $\sqrt{2}$
  - 1,  $\sqrt{3}$ , 2
  - 8,  $4\sqrt{5}$ , 12
- Wyznacz funkcje trygonometryczne kąta  $\alpha$  leżącego przy dłuższej przyprostokątnej, jeżeli przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości:
  - 3 i 4
  - 12 i 5
  - $\sqrt{2}$  i 1
  - 2 i  $\sqrt{3}$
- Oblicz wartość liczbową wyrażeń:
  - $5\sin 30^\circ - \cos 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ$
  - $3\sin 60^\circ - 5\cos 45^\circ + 2\operatorname{tg} 30^\circ$
  - $\sin^2 30^\circ - \cos^2 60^\circ + \operatorname{ctg}^2 45^\circ$
  - $\frac{\operatorname{ctg}^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ}{3 - 2\operatorname{ctg} 45^\circ}$
- Podstawa trójkąta równoramiennego ma długość 12, a wysokość na nią opuszczona ma długość 4. Jakie są wartości funkcji trygonometrycznych kąta leżącego przy podstawie tego trójkąta?
- W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna ma długość 12, a kosinus jednego z kątów ostrych wynosi  $\frac{1}{3}$ . Oblicz długości przyprostokątnych.
- W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna ma długość 9, a kąt ostry ma miarę  $60^\circ$ . Oblicz długości pozostałych boków tego trójkąta.
- Wyznacz kąty trójkąta prostokątnego jeśli stosunek sinusa jednego kąta ostrego do kotangensa drugiego kąta ostrego wynosi  $\frac{1}{2}$ .
- Wyraź w mierze łukowej kąty:
  - $20^\circ$
  - $45^\circ$
  - $105^\circ$
  - $150^\circ$
  - $210^\circ$
  - $330^\circ$

9. Oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta  $\alpha$  jeśli:

(a)  $\sin\alpha = \frac{3}{5}$

(b)  $\cos\alpha = \frac{3}{7}$

(c)  $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{3}$

(d)  $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{5}{12}$

10. Doprowadź do najprostszej postaci wyrażenia:

(a)  $\frac{\sin^2\alpha}{1-\cos^2\alpha}$

(b)  $(1 - \sin\alpha)(1 + \sin\alpha)$

(c)  $(1 - \cos\alpha)\left(\frac{1}{\sin\alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}\right)$

(d)  $\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha}$

(e)  $\cos\alpha\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha} + \sin\alpha\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha}$

11. Sprawdź tożsamości trygonometryczne:

(a)  $(\operatorname{tg}^2\alpha - \sin^2\alpha)\operatorname{ctg}^2\alpha = \sin^2\alpha$

(b)  $1 + \operatorname{ctg}\alpha = \frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha}$

(c)  $\frac{1}{\cos\alpha} - \cos\alpha = \sin\alpha\operatorname{tg}\alpha$

(d)  $1 - 2\sin^2\alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}$

(e)  $\operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha} - 2$

12. Kąt  $\alpha$  jest ostry i:

(a)  $\frac{4}{\sin^2\alpha} + \frac{4}{\cos^2\alpha} = 25$ , oblicz wartość wyrażenia  $\sin\alpha\cos\alpha$ .

(b)  $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , oblicz wartość wyrażenia  $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos\alpha}{1 + \sin\alpha}$ .

(c)  $\sin\alpha = \frac{1}{4}$ , oblicz wartość wyrażenia  $3 + 2\operatorname{tg}^2\alpha$ .