

## Stereometria czyli geometria przestrzeni – Klasa 3

1. Punkt  $P$  nie leży na prostej  $k$ .
  - (a) Ile jest płaszczyzn przechodzących przez punkt  $P$  i równoległych do prostej  $k$ ?
  - (b) Ile jest prostych przechodzących przez punkt  $P$  i równoległych do prostej  $k$ ?
2. Dana jest płaszczyzna  $\pi$  i punkt  $P$  nie leżący na niej.
  - (a) Ile prostych równoległych do płaszczyzny  $\pi$  przechodzi przez ten punkt?
  - (b) Ile prostych prostopadłych do płaszczyzny  $\pi$  przechodzi przez ten punkt?
3. Dana jest prosta  $k$  i punkt  $P$  nie leżący na niej.
  - (a) Ile można poprowadzić przez punkt  $P$  płaszczyzn równoległych do prostej  $k$ ?
  - (b) Ile można poprowadzić przez punkt  $P$  płaszczyzn prostopadłych do prostej  $k$ ?
4. Przekątne trzech ścian prostopadłościanu mają długości: 5,  $\sqrt{34}$  i  $\sqrt{41}$ . Oblicz objętość tego prostopadłościanu.
5. Oblicz odległość wierzchołka sześcianu, którego krawędź ma długość 1 od jego przekątnej.
6. W sześcianie poprowadzono płaszczyznę przez końce trzech krawędzi wychodzących z danego wierzchołka  $A$ . Oblicz odległość wierzchołka  $A$  od tej płaszczyzny.
7. Bok podstawy graniastosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość  $\sqrt{2}$ . Przekątną ściany bocznej tworzy z drugą ścianą kąt  $\alpha = 30^\circ$ . Oblicz objętość tego graniastosłupa.
8. Krótsza przekątna graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość  $4\sqrt{3}$  i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem  $\alpha = 30^\circ$ . Oblicz objętość tego graniastosłupa.
9. W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym jego przekątna jest nachylona pod kątem  $30^\circ$  do płaszczyzny ściany bocznej. Oblicz kąt nachylenia tej przekątnej do płaszczyzny podstawy.
10. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym oznacz literami:  $\alpha$  – kąt dwuścienny, który tworzy ściana boczna z podstawą,  $\beta$  – kąt dwuścienny między sąsiednimi ścianami bocznymi.
11. Podstawa ostrosłupa to prostokąt o dłuższym boku  $a$ . Dwie ściany boczne tego ostrosłupa są prostopadłe do płaszczyzny podstawy, a dwie pozostałe są nachylone do niej pod kątami  $30^\circ$  i  $45^\circ$ . Oblicz długość najdłuższej krawędzi ostrosłupa.
12. Podstawą ostrosłupa prawidłowego jest trójkąt równoboczny o boku 5. Oblicz tangens kąta dwuściennego między ścianą boczną i podstawą ostrosłupa, wiedząc, że wysokość ostrosłupa jest równa 15.
13. Wysokość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego wynosi 12, a ściana boczna jest nachylona do podstawy pod kątem  $\alpha = 30^\circ$ . Oblicz długości krawędzi tego ostrosłupa.
14. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym wszystkie krawędzie mają długość  $a$ . Oblicz miarę kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy.

15. Długość krawędzi podstawy ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego wynosi  $a$ . Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną przechodzącą przez wysokość ostrosłupa i dłuższą przekątną podstawy. Otrzymany przekrój jest trójkątem równobocznym. Oblicz objętość ostrosłupa.
16. Dwie krawędzie boczne ostrosłupa mają odpowiednio długości 13 i 14 i tworzą kąt  $60^\circ$ . Ich rzuty prostokątne na płaszczyznę podstawy tworzą kąt prosty. Oblicz wysokość tego ostrosłupa.
17. Promień podstawy walca jest równy  $r$ , a przekątna przekroju osiowego jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem  $\alpha$ . Wyznacz objętość i pole powierzchni całkowitej tego walca.
18. Obracając wokół jednego boku prostokąt o polu równym  $800$  otrzymano walec o objętości  $16000\pi$ . Oblicz pole powierzchni całkowitej walca.
19. Oblicz pole prostokąta, wiedząc, że obracając go wokół jednego boku, otrzymamy walec o objętości  $1.44\pi$ , a obracając go wokół drugiego boku, otrzymamy walec o objętości  $1.2\pi$ .
20. Przekątna przekroju osiowego walca i jego tworząca tworzą kąt  $\alpha = 45^\circ$ . Wyznacz promień  $r$  i wysokość walca  $h$ , wiedząc, że długość przekątnej przekroju osiowego wynosi  $10$ .
21. Przekrój osiowy walca jest prostokątem o bokach  $6$  i  $10$ . Wyznacz kąt nachylenia przekątnej tego przekroju do płaszczyzny podstawy walca.
22. Przekątna przekroju osiowego walca tworzy z płaszczyzną podstawy kąt  $\alpha$ . Pole przekroju osiowego wynosi  $P$ . Oblicz objętość walca.
23. Stożek i kula mają równe objętości. Promień podstawy stożka jest równy  $8$ , a promień kuli jest równy  $5$ . Oblicz wysokość stożka.
24. Promień podstawy stożka jest równy  $r$ , a kąt rozwarcia wynosi  $2\alpha$ . Wyznacz objętość i pole powierzchni bocznej tego stożka.
25. Objętość stożka jest równa  $240\pi$ , a pole przekroju osiowego wynosi  $180$ . Oblicz pole powierzchni całkowitej tego stożka.
26. Długość każdej krawędzi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa  $6$ . Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość ostrosłupa.
27. Półkole o promieniu  $18$  zwinięto w stożek. Oblicz wysokość stożka.
28. Podstawa stożka jest kołem o obwodzie  $16\pi$ . Wysokość stożka  $h = 20$ . Wyznacz:  $\alpha$  – kąt rozwarcia stożka,  $\beta$  – kąt nachylenia tworzącej stożka do podstawy.
29. Kąt rozwarcia stożka  $\alpha = 60^\circ$ , a jego wysokość  $h = 12\sqrt{3}$ . Wyznacz promień  $r$  i tworzącą  $l$  stożka.
30. Oblicz objętość kuli o polu powierzchni całkowitej  $20\pi$ .
31. Kulę o promieniu  $12$  przecina płaszczyzna odległa od środka kuli o  $3$ . Oblicz pole otrzymanego przekroju.
32. Pole przekroju kuli o promieniu  $R = 20$  płaszczyzną wynosi  $225\pi$ . Oblicz odległość środka kuli od płaszczyzny przekroju.