

Stereometria (geometria przestrzeni)

1. Przekątne trzech ścian prostopadłościanu mają długości: 5, $\sqrt{34}$ i $\sqrt{41}$. Oblicz objętość tego prostopadłościanu.
2. W sześcianie poprowadzono płaszczyznę przez końce trzech krawędzi wychodzących z danego wierzchołka A . Oblicz odległość wierzchołka A od tej płaszczyzny.
3. Bok podstawy graniastosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość $\sqrt{2}$. Przekątną ściany bocznej tworzy z drugą ścianą kąt $\alpha = 30^\circ$. Oblicz objętość tego graniastosłupa.
4. Krótsza przekątna graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość $4\sqrt{3}$ i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha = 30^\circ$. Oblicz objętość tego graniastosłupa.
5. W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym jego przekątna jest nachylona pod kątem 30° do płaszczyzny ściany bocznej. Oblicz kąt nachylenia tej przekątnej do płaszczyzny podstawy.
6. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym oznacz literami: α – kąt dwuścienny, który tworzy ściana boczna z podstawą, β – kąt dwuścienny między sąsiednimi ścianami bocznymi.
7. Podstawa ostrosłupa to prostokąt o dłuższym boku a . Dwie ściany boczne tego ostrosłupa są prostopadłe do płaszczyzny podstawy, a dwie pozostałe są nachylone do niej pod kątami 30° i 45° . Oblicz długość najdłuższej krawędzi ostrosłupa.
8. Podstawą ostrosłupa prawidłowego jest trójkąt równoboczny o boku 5. Oblicz tangens kąta dwuściennego między ścianą boczną i podstawą ostrosłupa, wiedząc, że wysokość ostrosłupa jest równa 15.
9. Wysokość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego wynosi 12, a ściana boczna jest nachylona do podstawy pod kątem $\alpha = 30^\circ$. Oblicz długości krawędzi tego ostrosłupa.
10. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym wszystkie krawędzie mają długość a . Oblicz miarę kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy.
11. Długość krawędzi podstawy ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego wynosi a . Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną przechodzącą przez wysokość ostrosłupa i dłuższą przekątną podstawy. Otrzymany przekrój jest trójkątem równobocznym. Oblicz objętość ostrosłupa.
12. Dwie krawędzie boczne ostrosłupa mają odpowiednio długości 13 i 14 i tworzą kąt 60° . Ich rzuty prostopadłe na płaszczyznę podstawy tworzą kąt prosty. Oblicz wysokość tego ostrosłupa.
13. Promień podstawy walca jest równy r , a przekątna przekroju osiowego jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α . Wyznacz objętość i pole powierzchni całkowitej tego walca.
14. Obracając wokół jednego boku prostokąt o polu równym 800 otrzymano walec o objętości 16000π . Oblicz pole powierzchni całkowitej walca.
15. Oblicz pole prostokąta, wiedząc, że obracając go wokół jednego boku, otrzymamy walec o objętości 1.44π , a obracając go wokół drugiego boku, otrzymamy walec o objętości 1.2π .
16. Przekątna przekroju osiowego walca i jego tworząca tworzą kąt $\alpha = 45^\circ$. Wyznacz promień r i wysokość walca h , wiedząc, że długość przekątnej przekroju osiowego wynosi 10.

17. Przekrój osiowy walca jest prostokątem o bokach 6 i 10. Wyznacz kąt nachylenia przekątnej tego przekroju do płaszczyzny podstawy walca.
18. Przekątna przekroju osiowego walca tworzy z płaszczyzną podstawy kąt α . Pole przekroju osiowego wynosi P . Oblicz objętość walca.
19. Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równobocznym. Wyznaczyć stosunek pola powierzchni bocznej tego stożka do pola jego podstawy.
20. Stożek i kula mają równe objętości. Promień podstawy stożka jest równy 8, a promień kuli jest równy 5. Oblicz wysokość stożka.
21. Promień podstawy stożka jest równy r , a kąt rozwarcia wynosi 2α . Wyznacz objętość i pole powierzchni bocznej tego stożka.
22. Objętość stożka jest równa 240π , a pole przekroju osiowego wynosi 180. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego stożka.
23. Długość każdej krawędzi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 6. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość ostrosłupa.
24. Półkole o promieniu 18 zwinięto w stożek. Oblicz wysokość stożka.
25. Podstawa stożka jest kołem o obwodzie 16π . Wysokość stożka $h = 20$. Wyznacz: α – kąt rozwarcia stożka, β – kąt nachylenia tworzącej stożka do podstawy.
26. Kąt rozwarcia stożka $\alpha = 60^\circ$, a jego wysokość $h = 12\sqrt{3}$. Wyznacz promień r i tworzącą l stożka.
27. Powierzchnia boczna stożka po rozwinięciu tworzy wycinek koła o promieniu długości $R = 16$ i kącie środkowym miary 90° . Oblicz objętość stożka.
28. W kulę o promieniu $R = 4$ wpisano walec o promieniu podstawy $r = 2$. Obliczyć objętość walca.
29. Obliczyć stosunek objętości kuli do objętości walca opisanego na tej kuli.
30. Oblicz objętość kuli o polu powierzchni całkowitej 20π .
31. Kulę o promieniu 12 przecina płaszczyzna odległa od środka kuli o 3. Oblicz pole otrzymanego przekroju.
32. Pole przekroju kuli o promieniu $R = 20$ płaszczyzną wynosi 225π . Oblicz odległość środka kuli od płaszczyzny przekroju.